

컴퓨터 과학이 여는 세계 Homework 1

경제학부 2013-10387 육건우

‘수학자, 컴퓨터를 만든다’를 읽고

이 책은 라이프니츠부터 튜링까지, 많은 수학자들이 연구하고 고민하는 과정에서 탄생한 걸작인 컴퓨터에 대해 서술하고 있다. 사실 사람들은 컴퓨터라고 했을 때 그래픽적인 요소들을 먼저 떠올리곤 하지 그 근본에 대해서는 잘 생각해 보지 않는다. 하지만 이 책은 컴퓨터의 기초, 더 나아가 그 기초를 있게 한 학자들의 생각, 연구 등을 체계적으로 설명함으로써 어떻게 컴퓨터란 획기적인 기계가 탄생할 수 있었는지 그 배경에 대해 알 기회를 제공해 준다.

현대 컴퓨터의 모델은 알란 튜링이 고안해 낸 튜링기계이다. 튜링기계를 고안해 낸 배경은 매우 흥미롭다. 괴델 이전의 수학자들은 기계적인 방식으로 모든 수학적 추론들을 이끌어 낼 수 있을 것이라고 기대했다. 하지만 괴델이 기계적인 방식만으론 수학의 모든 사실을 만들어 낼 수 없다는 사실을 증명하면서 이러한 기대는 깨지게 되었다. 튜링은 괴델이 증명한 방식과 다른 방식으로 이 사실을 증명하려고 하였고, 그 과정에서 튜링 기계가 고안되게 된 것이다. 튜링기계는 튜링이 정의한 ‘기계적인’ 방식을 바탕으로, 무한히 많은 칸을 가진 테이프와 심볼, 헤더, 상태와 관련한 규칙이 적혀 있는 규칙표, 헤더 등으로 이루어져 있다. 튜링 기계는 이와 같은 구성을 바탕으로 어떤 상태일 때 테이프의 심볼을 읽고 기계가 어떤 일을 할지, 움직임이나 입력할 심볼들에 대해서 특정한 기계적인 작업들을 수행해 낸다. 또한 튜링 기계의 눈에 띄는 특징은 다른 튜링 기계를 이해하고 그것을 받아서 메인 튜링 기계가 작업을 수행할 수 있다는 점이다. 이러한 점에서 튜링기계는 컴퓨터의 모태라고 할 수 있다. 다시 돌아와서, 튜링은 이 기계를 고안한 후 이 기계적인 방식을 통해 수학의 모든 추론을 이끌어 낼 수 없다는 사실을 증명하였다. 자세한 방식은 다음과 같다. 튜링은 메인 튜링 기계의 테이프에 표현, 입력된 다른 튜링 기계가 멈출지 멈추지 않을지 직접 실행해 보지 않고도 알 수 있는지에 대한 의문을 던지고, 이것이 불가능하다는 사실을 증명한다. 칸토어의 대각선 프로세스와 유사한 방법으로 이를 통해 한 차원 높은 무한의 테이프를 만들어 낼 수 있다는 것을 보여줌으로써 멈춤 문제를 해결할 수 없다는 논리를 펼친다. 이를 통해 기계적인 방식의 불완전성은 사실이고, 결국 괴델과 마찬가지로 수학의 모든 사실을 만들어 낼 수 없다는 사실을 증명해 낸 것이다.

튜링의 증명방식과 그 방식에 있어서의 튜링기계의 도입은 매우 독창적이었지만, 책의 내용이 지적하는 대로 이것은 튜링 혼자만의 성과는 아니었다. 튜링의 논문에 영향을 주었던 수학자들을 검토해 보자면 라이프니츠까지 거슬러 올라간다. 확고한 낙관주의자였던 그는 개념의 문자 체계를 설계하고자 하였다. 이것은 소리가 아니라 개념을 표현하는 원소들로 이루어진 특별한 문자 체계로서, 논리적 추론을 더욱 수월하게 하는 데 도움을 주었다. 라이프니츠는 이 기호들로 생각들, 논리구조를 표현하고, 논리적 추론을 계산으로 바꾸게 하여 이를 인간의 생각과 논리적인 판단에 적용되게 하고자 하였다. 비록 개인 사정으로

인해 실제로 구현해 내지는 못 했지만 추론 계산법을 설계하기도 하였다. 후에 조지 불이라는 수학자가 이 사실을 알았는지는 모르지만 이 작업을 다시 시도하게 되기도 했다. 위에서 언급한 것과 같이 라이프니츠의 개념 표현 방식은 튜링기계에서도 비슷하게 찾아볼 수 있다. 라이프니츠가 고안한, 자연어와 다른 이러한 표현 방법은 후세의 튜링을 포함한 학자들에게 기계적인 추론을 할 수 있는 틀을 제공하게 되었다. 이는 튜링기계에서 튜링이 정의한 자동 규칙표에서의 기계적인 방식의 모태가 되었다.

조지 불은 복잡한 논리적 식이 간단한 기호들의 집합으로 표현될 수 있다는 라이프니츠의 생각을 이어나갔다. 라이프니츠가 생각해 냈었던 수학적 기호법의 중요성을 인식한 그는 덧셈, 곱셈 등의 기호를 논리학에 적극적으로 접목시키기 시작했다. 이러한 수학적 표현은 논리학에서 커다란 효과를 가져왔다. 그는 라이프니츠처럼 2진법에 관심을 가졌는데 0과 1에 논리적인 의미를 부여하고 이를 논리식에 도입했을 때 곱셈, 덧셈 등의 대수적 기호와 논리적 추론 과정이 어느 정도 잘 맞아떨어진다는 사실을 발견하게 되었다. 그는 일반 대수에 대해 논리적 해석의 가능성을 제시한 것이다. 이를 통해 그는 수학의 영역에 논리적인 영역이라는 길을 제시할 수 있었고 이후 수리 논리학의 발전의 토대를 마련하는데 기여했다. 불 대수는 튜링 기계 뿐만 아니라 그것을 모델로 한 컴퓨터, 강의내용에서 다룬 스위치-회로의 기계적 구성에 큰 도움을 주었다.

조지 불이 논리학에서의 수학적 처리방법만 도입하는 데 그쳤다면, 프레게는 이에 더 나아가 새로운 언어를 창조해 냈다. 즉 논리를 표현하는 문법을 도입한 것이다. `모든`, `어떤` 등을 포함한 표현을 도입한 이 개념 표기법은 라이프니츠가 실현하고자 하는 보편 언어에 더 가까워지는 결과를 가져다 주었다. 문법을 도입함으로써 수리 논리학이 더욱 체계적이 되었고, 수학자들이 사용하는 모든 추론을 표현할 수 있게 되었다. 즉 이제 논리적 추론을 추론 규칙으로 나타낼 수 있게 된 것이다. 이러한 프레게의 업적은 추론 규칙이 튜링 기계를 지탱하고 있다는 것에서 훗날에 기여한 정도를 본다면 확인할 수 있다. 물론 추론 실패 시에 과정이 잘못된 것인지 전제가 부족한 것인지 판단하는 수단을 제공하지 못 했고, 러셀의 역설에 의해 프레게의 체계가 근본적으로 흔들리기도 했지만, 그가 설계한 문법을 포함한 개념 표기법은 한층 더 수리논리학을 완전하게 하였다.

칸토어는 무한에 대해 관심을 많이 가졌다. 그는 초한 서수라는 개념으로 산술을 발전시켰다. 그가 튜링기계로 공헌한 것 중 눈에 띄는 것은 대각선 방법이라고 할 수 있다. 대각선 방법은 앞서 언급한 것처럼 아무리 엄청난 양을 검토해도 각각 집합에서 하나를 다른 방식으로 뽑은, 이전과는 전혀 다른 집합을 만들어 낼 수 있다는 것이다. 이것은 알란 튜링이 멈춤문제를 해결하지 못한다는 증명을 해내는 데 직접적인 도움을 주었다.

힐베르트는 조지 불의 초기 논문 중 하나에서 시작 된 대수 불변식과 관련한 문제에 대해 추상적인 사고를 함으로써 이를 증명해 냈다. 어떤 것의 존재를 입증할 때 증명하고자 하는 것의 역을 가정하고 이게 모순임을 이끌어 내는 방식인 것이다. 알란 튜링 역시 이러한 방법을 자신의 논문에 차용했는데, 그는 불완전성이 거짓임을 가정했다. 불완전성이 거짓이면 멈춤 문제를 풀 수 있어야 하는데 멈춤 문제를 풀 수 없다는 결론이 나오기 때문에 모순이 발생한다. 따라서 불완전성이 거짓이라는 논리를 이끌어 나간 것이다. 힐베르트는 이외에도 모순에 이를 수 없다고 증명되면 그것이 수학적으로 존재한다는 배중률을 적용함으로써 칸토어를 지지하기도 하였다. 이를 무모순성 증명이라고 하는데 어떤 명제들은 참이라고도 거짓이라고도 말할 수 없으므로 이 방식이 옳지 않다고 주장하는 브라우웨르라는 학자의 비판을 넘어서기 위하여 그는 또 메타수학이라는 새로운 종류의 수학을 만들어 내어

그의 논리학에 완전성을 부여하기도 하였다.

괴델은 결정 불가능한 명제의 존재에 대한 증명에 관심을 가졌다. 그는 힐베르트의 메타수학과 무모순성 증명이 외부에서 바라봤을 때는 참이지만 체계 내부에서는 증명할 수 없는 것이 있을 것이라고 비판했다. 그 또한 칸토어의 대각선 방법을 통해 힐베르트의 증명과 전적으로 반대되는 내용을 증명했다. 후에 튜링 역시 괴델과 같이 기계적인 방식을 통해 모든 수학적 추론들을 이끌어 낼 수 없다는 사실을 증명하였다.

이 책은 우리가 평소에 편리하게 사용하고 있지만 정작 그 역사에 대해서는 별 관심이 없었던 컴퓨터가 만들어지는 과정을 기여한 수학자들의 역할과 함께 서술했다. 언제나 새로운 것의 발명은 경이롭고 흥미롭다. 특히 컴퓨터의 발명은 삶을 이전보다 조금 편리하게 해 준 수준을 넘어서 인간의 삶의 양상을 송두리째 바꾸어 놓았기 때문에 더 호기심을 자극했다. 단순히 일에 도움이 되는 차원을 넘어서 컴퓨터는 인간 문명 자체를 탄탄하게 지탱하고 있고(컴퓨터가 없었다면 현재 사회 시스템이 지금 수준처럼 제대로 돌아가지 않을 것이라는 점에서) 또 다른 발명의 씨앗(비트코인 등)이 되고 있다. 그것의 근본을 확인하고 그것이 결과물인 튜링 기계로 탄생하기까지의 과정을 따라가는 일은 커다란 지적 즐거움을 주었다.

그런데 이 책에서 서술하고 있는 컴퓨터의 발명은 여타 발명품들과 비교해 봤을 때 조금 다른 양상이 있었다. 일반적으로 발명품은 발명가가 어떤 것의 부재에 대해서 불편함을 겪고 그 불편함을 해소해줄 수 있는 존재를 만들어 내는 과정에서 탄생한다. 그러나 컴퓨터의 발명은 그렇지 않았다. 그도 그럴 것이 컴퓨터는 그 부재를 감지하는 것조차 힘들 정도의 복잡하고 정교한 결과물이기 때문이다. 게다가 컴퓨터, 그것의 베이스가 된 튜링 기계는 심지어 기계적인 방식의 한계를 지적하는 과정에서 고안된 것이다. 이처럼 컴퓨터는 다른 발명품들과 달리 오랜 시간, 많은 학자들을 거쳐서 조금은 우연히 탄생한 것 같기도 하지만, 어떻게 보면 그런 식의 방식으로밖에 탄생할 수 없었던 인간 지식이 총 집약된 복잡한 기계라서 그렇지 않았을까 하는 생각도 들었다. 기계적인 사고에 대해 끊임없이 연구하고 기계적이라는 것에 대해 치열하게 고민하고 그 한계를 증명하는 과정에서 비로소 고안되었던 기계인 튜링머신. 이 책을 읽으면서 약간 역설적인 느낌도 들었다. 그리고 많은 생각도 들었다. 어느 누가 라이프니츠가 실현하고자 했던 개념의 문자 체계가 이러한 만능 기계의 근본으로 이어지게 될 것이었다고 예상했을까. 하지만 컴퓨터가 아니더라도 인간의 지혜가 결국 그러한 일련의 필연적인 고민의 과정에서 어떤 방식으로든 비슷한 기계를 만들어 내지 않았을까. 이렇듯 우연과 필연이 섞인 듯한 컴퓨터의 탄생은 컴퓨터 자체의 관심에서 온 것과 더불어 과정 자체에 관심을 갖게 했다.

또한 이 책을 읽으면서 `경계 없는` 학문적 연구가 앞으로 인류의 삶에 가져다 줄 무궁무진한 혜택의 가능성을 확인할 수 있었다. 특히 지적인 영역에서 인간이 가지고 있는 능력의 무궁무진함에 대해 생각해 볼 수 있었다. 기호논리학이 컴퓨터를 만들어 낼 줄 예상했던 사람은 없었을 것이다. 그러나 수학자들이 논리학에 대해 깊게, 한편으로는 자유롭게 고민한 결과 인간에게 엄청난 풍요로움이 주어지게 되었다. 즉 수학과 논리학을 하는 과정에서 튜링이 했던, 수학과 논리학에만 국한되지 않았던 창의적인 사고(새로운 기계를 스스로 고안해 내고 기계적이라는 방식을 자신의 생각의 틀 안에서 정의했다는 점 등에서)가 현대 컴퓨터를 낳을 수 있는 토양을 마련했던 것이다. 물론 자신의 전공분야 내에서 충실한 것은 좋다. 전공분야 안에서도 얼마든지 무궁무진한 지적 확장의 가능성이 존재하기 때문이다. 하지만 그렇다고 해서 꼭 그것에만 충실할 필요는 없을 것이다. 사람이 단 한 개의 취

미를 가지라는 법도 없고, 단 하나의 특기만 가지라는 법도 없다. 자신의 전공 내에서도 기존의 것에만 얽매이지 않고 더 나아가 전공을 넘나드는 자유로운 상상과 더 나아가 전문적인 간학문적인 연구의 필요성을 이 책을 읽으면서 다시 한 번 확인할 수 되었다. 몇 년 전부터 증폭된 융합학문 등에 대한 사회적 관심이 이유있었던 것임을 느꼈다. 더 나아가서 이 책의 내용과는 조금 관련이 없을지도 모르겠지만, 이에 더해, 자유로운 고민과 자유로운 연구에 의해 탄생된 컴퓨터가 더욱 경계 없는 학문들의 연구를 가속화시켜줄 것이라는 생각도 들었다. 예를 들어 사회학에서 SNS 등 네트워크 이론들을 다룰 때 그 분석의 기준이 되고 통계를 다룰 수 있게 해 준 컴퓨터의 역할이 없었다면 연구의 수준은 지금과 같지 않았을 것이다. 미술이라는 분야에서 사진을 다루게 될 수 있었던 것도 결국 컴퓨터의 도움 덕분이었을 것이다.

컴퓨터 모델 고안의 주인공이라고 할 수 있는 튜링의 학문적인 태도도 많은 생각을 하게 해 주었다. 학문적인 태도나 더 나아가 삶의 방식에서도 본받음직 한 마인드라고 생각했다. 일반적인 사람들은 한 번 증명된 방식을 그대로 학습하고자 하지 그 자체에 대해 다시 한 번 의문을 잘 가지려 하지 않는다. 튜링 역시 괴델이 증명한 사실에 대해서 스스로 증명해야 할 필요성을 잘 못 느꼈을 수도 있었을 것이다. 갑자기 머릿속에 떠올랐든 다른 방법으로 증명하려고 지독하게 고민했든 간에 그가 논문으로 후대에 남을 만한 업적을 남겼다는 것은 그가 기존의 방식에만 안주하지 않고 적극적으로 학문을 대했다는 것을 의미한다. 사람들은 배웠던 사실을 그대로 익히느라 바쁘지 그것의 근본에 대해 의문을 잘 갖지 않으려 하는데 이는 본인을 수동적인 수용자, 학습자로 만드는 좋지 않은 태도라고 생각한다. 언제나 재검토를 해 보려는 마인드, 설령 권위자가 이미 확립해 놓고 인정받은 길이 성취의 가능성을 흐리게 보이게 할 지라도 자신만의 방식으로 스스로 한 번 시도 해 보는 도전정신은 강조될 만하다. 현재 우리 사회의 패러다임들도 기존의 패러다임이 깨지고 새로운 패러다임이 등장하는 것도 이와 같이 기존의 것들이 인정 받고 있음에도 불구하고 새로운 방식으로 끊임없이 시도해 보는 개척정신이 있었기 때문에 가능하지 않았나 하는 생각이 들었다. 이러한 방법이 물론 잘못된 결과나 덜 정확한 오류를 낳을 수 있겠지만 멈춰있는 것보다 학문의 측면, 개인의 발전, 사회의 발전 측면에서 도움이 될 가능성을 높여준다는 점에서는 의문에 여지가 없다.

한편 이 책을 읽고 즐거움이 컸던 만큼 아쉬움도 컸다. 현재 우리 사회의 교육에 대한 아쉬움이였다. 이론을 가르치는 일은 이론이 모든 것의 기초가 된다는 점에서 필수적이다. 또한 이론으로서만 존재하는 과목들도 있기 때문에 이론은 또 중요하다. 하지만 우리나라의 교육에서 이론의 적용에 대해서 설명하는 것이 정말 미흡하지 않나 하는 생각이 들었다. 특히 중고등학교 과정의 수학 과목에서 이러한 문제점이 두드러진다. 수학자가 컴퓨터를 만들었다. 수학을 어떻게 인간의 사고에 `적용`시킬 수 있을지 그 방법을 고민한 끝에 컴퓨터가 탄생할 수 있었다. 이 책을 자세히 읽어보면서 이전에 그냥 지나쳤던 수학 공부의 목적을 적게나마 재고할 수 있었다. 불은 x, y, 덧셈, 곱셈 등을 이용해서 논리를 효과적으로 표현하는 방법을 생각해 냈다. 칸토어는 무한, 서수, 집합 등의 개념을 사용하여 생각의 틀을 넓히고 결국 컴퓨터의 발명에 기여했다. 중고등학교 커리큘럼을 따라가면서 내게 집합이란 맨 앞단원에 있던, 표현도 이상하고 너무나도 당연한 말이어서 왜 배우는지도 몰랐지만, 공부하긴 수월해서 그냥 생각 없이 배웠던 영역이었고, 덧셈이나 곱셈 등은 단순히 연산을 하기 위한 도구에 불과했었다. 그 때 선생님들이 이런 것들을 설명했었으면, 진도 나가는 것에 급급하고 틀에 박힌 문제들을 풀리는 것에 연연하지 않았으면 공부를 하면서 많

은 생각할 여지가 있었을 것이다. 그리고 흥미 부여되고 학습의 목적을 정확히 인지하고 있는 학생들의 생각들은 어떤 방식으로든 개인적으로나 사회적으로나 더 좋은 과정과 결과들을 낳았을 것이라고 확신한다. 이 책에 등장한 수학자들은 논리학을 수학으로 표현해 보고자 하는 목적의식을 갖고 능동적인 연구를 하였고, 결국 이러한 `좋은` 과정은 컴퓨터라는 결과물을 낳았던 것이다. 앞으로 어떤 영역이든 인간의 고민을 통해서 발전할 분야는 무궁무진하다. 앞서 언급한 것처럼 발명은 부재에 대한 관심에서 비롯되는 경우가 많은데, 그러한 관심을 스스로 이끌어 내어 더욱 좋은 지적, 물질적 결과물들을 만들어 낼 수 있는 사람을 만들어 낼 수 있는 교육이 더 필요하다는 것을 느꼈다.