

Homework 1
SNU 4910.102, Fall 2010
Kwangkeun Yi
due: 9/15(Wed), 24:00

Exercise 1 “좋은사이”

두개의 정수 리스트를 받아서 각 리스트의 원소들을 차례대로 사이사이에 끼워주는 함수 zipper를 작성하세요: 즉, (zipper '(1 2 3) '(4 5))는 (1 4 2 5 3)을 만들어낸다. 빈 리스트는 무시된다. □

Exercise 2 “좋은사이들”

정수 리스트의 리스트를 받아서 각 리스트의 원소들을 차례대로 사이사이에 끼워주는 함수 zipperN을 작성하세요: 즉, (zipperN '((1 2 3) (4) (9 10 11)))는 (1 4 9 2 10 3 11)을 만들어낸다. 빈 리스트는 무시된다. □

Exercise 3 “반복기”

다음함수 iter를 정의하세요:

$$(\text{iter } n \ f) = \underbrace{f \circ \dots \circ f}_n$$

이 때, $n = 0$ 이면 아무일을 하지 않는(identity) 함수를 내 놓고, 양수이면 그 만큼 f 를 반복해서 적용하는 함수를 내 놓습니다. 그래서,

$$((\text{iter } n \ (\text{lambda } (x) (+ 2 x))) 0)$$

은 $2 \times n$ 을 내 놓게됩니다. □

Exercise 4 “접기 반복”

다음과 같은 함수 fold가 정의되어 제공됩니다:

$$\begin{aligned}(\text{fold } '(a_1 \cdots a_n) f c) &= (f a_1 (f a_2 (\cdots (f a_n c)\cdots))) \\(\text{fold } '() f c) &= c\end{aligned}$$

위의 fold를 이용해서 아래 두 함수를 정의하세요:

- **flatten**: 리스트의 리스트를 받아서 하나의 리스트로 뭉개진 리스트를 내놓는다. 예를 들어,

$$(\text{flatten } '((1 2) ((3) ()) 4)) = '(1 2 3 4)$$

- **foldsum**: 임의의 정수 리스트를 받아서 그 정수들의 합을 내놓는다. 빈 리스트의 경우 0을 내놓는다. 예를 들어,

$$\begin{aligned}(\text{foldsum } '(1 2 3)) &= 6 \\(\text{foldsum } '(1 (2) ((3) ()))) &= 6\end{aligned}$$

□

Exercise 5 “ k -진수”

일반적으로 k 진수($k > 1$)는 다음과 같이 표현한다.

$$d_0 \cdots d_n$$

여기서

$$\forall d_i \in \{0, \dots, k-1\}.$$

그리고 “ $d_0 \cdots d_n$ ”은 크기가

$$d_0 \times k^0 + \cdots + d_n \times k^n$$

인 정수를 표현한다.

이것을 살짝 확장해서 “ k 진수”를 다음과 같이 정의해보자. 표현은

$$d_0 \cdots d_n$$

여기서

$$\forall d_i \in \{1-k, \dots, 0\} \cup \{0, \dots, k-1\}.$$

그리고 “ $d_0 \cdots d_n$ ”은 크기가

$$d_0 \times k^0 + \cdots + d_n \times k^n$$

인 정수를 표현한다.

예를 들어, 2진수의 경우를 생각하자. 베이스가 $\{-1, 0, 1\}$ 이 되겠다. 0이 0을, +가 1을 -가 -1을 표현한다고 하면, + 는 1을, +0+는 5를, +-는 -1을, +-0-는 -9인 정수를 표현한다.

이러한 2진수 N 의 집합을 귀납적으로 정의하면 다음과 같다:

$$\begin{array}{l}
 N ::= 0 \\
 \quad | + \\
 \quad | - \\
 \quad | 0N \\
 \quad | +N \\
 \quad | -N
 \end{array}$$

그리고, Scheme에서는 2진수 N 을 다음과 같은 방법 \underline{N} 에 의해 Scheme의 리스트로 표현할 수 있다:

$$\begin{array}{l}
 \underline{0} = (\text{cons 'z } ()) \\
 \underline{\pm} = (\text{cons 'p } ()) \\
 \underline{-} = (\text{cons 'n } ()) \\
 \underline{0N} = (\text{cons 'z } \underline{N}) \\
 \underline{+N} = (\text{cons 'p } \underline{N}) \\
 \underline{-N} = (\text{cons 'n } \underline{N})
 \end{array}$$

즉, 0+-는 Scheme에서

$$(\text{cons 'z } (\text{cons 'p } (\text{cons 'n } ())))$$

로 표현된다, 왜냐하면

$$\begin{aligned}
 \underline{0+-} &= (\text{cons 'z } \underline{+-}) \\
 &= (\text{cons 'z } (\text{cons 'p } \underline{-})) \\
 &= (\text{cons 'z } (\text{cons 'p } (\text{cons 'n } ())))).
 \end{aligned}$$

자 이제, 위와 같이 표현되는 2진수를 받아서 그것의 값을 계산하는 함수 `crazy2val`을 정의하라

$$\text{crazy2val} : \text{2진수} \rightarrow \text{정수}.$$

□

Exercise 6 “2진수 더하기”

두 2진수를 받아서 2진수의 합에 해당하는 2진수를 내어놓는 함수 `crazy2add`를 정의하라

$$\text{crazy2add} : 2\text{진수} \times 2\text{진수} \rightarrow 2\text{진수}.$$

위의 `crazy2add`는 다음의 성질이 만족되어야 한다:

- 당연히, 임의의 2진수 z 과 z' 에 대해서

$$(\text{crazy2val } (\text{crazy2add } z \ z')) = (\text{crazy2val } z) + (\text{crazy2val } z').$$

- `crazy2add`은 재귀적으로 정의되어야 한다.

2진수 두 개($d_0 \dots d_n, d'_0 \dots d'_m$)를 더하는 것은 각 자릿수 d_i 과 d'_i 를 더해서 만들어 진다. 이전 자릿수를 더해서 이번 자릿수로 넘어온 수(carry) c_i 를 생각해야 하므로, $d_i + d'_i + c_i$ 를 $i = 0$ 부터 더하면서 구할 수 있다.

□

Exercise 7 “2진수 빼기”

두 2진수를 받아서 2진수의 빼기에 해당하는 2진수를 내어놓는 함수 `crazy2sub`를 정의하라

$$\text{crazy2sub} : 2\text{진수} \times 2\text{진수} \rightarrow 2\text{진수}.$$

위의 `crazy2sub`은 다음의 성질이 만족되어야 한다:

- 당연히, 임의의 2진수 z 과 z' 에 대해서

$$(\text{crazy2val } (\text{crazy2sub } z \ z')) = (\text{crazy2val } z) - (\text{crazy2val } z').$$

- `crazy2sub`은 재귀적으로 정의되어야 한다.

□