

# SNU 4541.664A Program Analysis

## Spring 2005

### Final Exam

6/23/2005, 09:00-11:00

**Problem 1** [13 × (4pts, -2pts)] O/X로 답하라.

1. 분석하고자 하는 프로그램의 소스 언어에 따라서 정적 프로그램 분석이 완벽(sound and complete)할 수 있다.
2. 분석하고자 하는 프로그램의 성질에 따라서 정적 프로그램 분석이 완벽(sound and complete)할 수 있다.
3. 제대로 작동하는 임의의 ANSI C 프로그램의 실행 중 가능한 모든 메모리 상태를 정확하게 표현하는 방정식은 정의할 수 있다.
4. 현재의 집합 제약식을 이용한 분석(set-based analysis)들은 임의의 집합 제약식을 이용하는 자유가 없다.
5. 요약 해석(abstract interpretation)에서 요약 공간(abstract domain)이 무한 하계 정의될 수 있다.
6. 모델 검증(model checking)의 한 약점은 유한한 모델을 어떻게 만드는 지에 대한 가이드라인이 없는 것이다.
7. 정적 프로그램 분석이 안전해야 한다는 조건은 경우에 따라서 포기할 수도 있다.
8. 정적 프로그램 분석기술을 이용해서 소프트웨어의 모든 오류를 자동으로 찾는 것은 가능하다.
9. 안전한 프로그램 분석의 정확도를 무한히 증가시킬 수 있다.
10. 수업시간에 다룬 다형 타입시스템(polymorphic type system)은 단순 타입 시스템(simple type system) 보다 분석의 정확도가 높은 것이다.
11. 타입 시스템에 기초한 프로그램 분석은 주어진 증명규칙으로 프로그램에 대한 증명을 만들어 내는 것이다.
12. “ $\{n \mid n \in \mathbb{Z}, n/2 = 0\}$ ”은 모든 짝수들의 집합을 안전(sound)하고 유한하게 요약한 것이다.
13. 다음의 귀납규칙

$$\frac{n}{2} \quad \frac{n}{n+1}$$

은 모든 짝수들의 집합을 완전(complete)하고 유한하게 요약한 것이다.

**Problem 2** [12 × (4pts, -4pts)] O/X로 답하라.

1. 아래의 프로그램을 분석하고자 한다.

```

0
    x = 1;
1
    y = x+2;
2
    x = x+1;
3
    y = x+3;
4
    
```

분석 방정식은 아래와 같다:

$$\begin{aligned}
 s_0 &= \perp \\
 s_1 &= \{\alpha(1)/x\}s_0 \\
 s_2 &= \{s_1(x) + 2/y\}s_1 \\
 s_3 &= \{s_2(x) + 1/x\}s_2 \\
 s_4 &= \{s_3(x) + 3/y\}s_3
 \end{aligned}$$

여기서 정의해야 할 것은  $2^{\mathbb{Z}}$ 과 갈로아 연결

$$2^{\mathbb{Z}} \xleftrightarrow{\alpha} \hat{V}$$

된  $\hat{V}$ ,  $s$ 의 공간,  $\{\hat{v}/x\}s, +k, s(x)$ 들이다. 다음과 같이 정의된 경우를 생각하자

$$\begin{aligned}
 \hat{V} &= 2^{\mathbb{Z}} \quad i.e., \alpha = id \\
 s &\in \hat{V} \times \hat{V}
 \end{aligned}$$

이고

$$\begin{aligned}
 \{a/x\}\langle v, w \rangle &= \langle a, w \rangle \\
 \{a/y\}\langle v, w \rangle &= \langle v, a \rangle \\
 \langle v, w \rangle(x) &= v \\
 \langle v, w \rangle(y) &= w \\
 v + k &= \{n + k \mid n \in v\}
 \end{aligned}$$

이다. 옳은가?

2. 또 다음과 같이 정의 할 수도 있다:

$$\begin{aligned}
 \hat{V} &= 2^{\mathbb{Z}} \quad i.e., \alpha = id \\
 s &\in \hat{V} \times \hat{V} \\
 \{a/x\}\langle v, w \rangle &= \langle a \cup v, w \rangle \\
 \{a/y\}\langle v, w \rangle &= \langle v, a \rangle \\
 \langle v, w \rangle(x) &= v \\
 \langle v, w \rangle(y) &= w \\
 v + k &= \{n + k \mid n \in v\}
 \end{aligned}$$

옳은가?

3. 또 다음과 같이 정의 할 수도 있다:

$$\begin{aligned}
 \hat{V} &= 2^{\mathbb{Z}} \quad i.e., \alpha = id \\
 s &\in \hat{V} \\
 \{a/x\}s &= a \cup s \\
 \{a/y\}s &= a \cup s \\
 s(x) &= s \\
 s(y) &= s \\
 v + k &= \{n + k \mid n \in v\}
 \end{aligned}$$

옳은가?

4. 다음의 정수식 프로그래밍 언어를 타겟으로 하는 분석기를 정의하려고 한다.

$$\begin{aligned}
 e ::= & n \quad (n \in \mathbb{Z}) \\
 & | e + \\
 & | e \text{ mod } e
 \end{aligned}$$

$e \bmod 0$  는  $e$ 의 값과 상관없이 임의의 양수가 되고,  $n+-$ 는  $n+1$ 과  $n-1$ 중에서 임의로 선택된다.

요약공간을 만드는 갈로아 연결

$$2^{\mathbb{Z}} \xrightarrow[\alpha]{\gamma} \{\perp, 0, > 0, < 0, \top\}$$

을

$$\begin{aligned} \alpha\emptyset &= \perp \\ \alpha\{0\} &= 0 \\ \alpha X &= > 0 \quad \text{if } \forall x \in X. x > 0 \\ \alpha X &= < 0 \quad \text{if } \forall x \in X. x < 0 \\ \alpha X &= \top \quad \text{otherwise} \end{aligned}$$

로 하고 안전한  $\hat{\cdot}$ 을 가장 정확하게 정의해서

$$\begin{aligned} \perp \hat{\cdot} &= \perp \\ v \hat{\cdot} &= \top \end{aligned}$$

로 했다. 옳은가?

5. 또, 위의 요약공간에서 안전한  $\hat{\text{mod}}$ 를 가장 정확하게 정의하면 아래와 같다:

$$\begin{aligned} \perp \hat{\text{mod}} \star &= \perp \\ \text{else } \star \hat{\text{mod}} \perp &= \perp \\ \text{else } \star \hat{\text{mod}} 0 &= > 0 \\ \text{else } 0 \hat{\text{mod}} \star &= 0 \\ \text{else } \star \hat{\text{mod}} \star &= \top \end{aligned}$$

옳은가?

6. 요약공간을 만드는 갈로아 연결

$$2^{\mathbb{Z}} \xrightarrow[\alpha]{\gamma} \{\perp, 0, > 0, < 0, \geq 0, \leq 0, \top\}$$

을

$$\begin{aligned} \alpha\emptyset &= \perp \\ \text{else } \alpha\{0\} &= 0 \\ \text{else } \alpha X &= > 0 \quad \text{if } \forall x \in X. x > 0 \\ \text{else } \alpha X &= \geq 0 \quad \text{if } \forall x \in X. x \geq 0 \\ \text{else } \alpha X &= < 0 \quad \text{if } \forall x \in X. x < 0 \\ \text{else } \alpha X &= \leq 0 \quad \text{if } \forall x \in X. x \leq 0 \\ \text{else } \alpha X &= \top \quad \text{otherwise} \end{aligned}$$

로 하고 안전한  $\hat{\cdot}$ 을 가장 정확하게 정의해서

$$\begin{aligned} \perp \hat{\cdot} &= \perp \\ 0 \hat{\cdot} &= \top \\ > 0 \hat{\cdot} &= \geq 0 \\ < 0 \hat{\cdot} &= \leq 0 \\ \geq 0 \hat{\cdot} &= \geq 0 \\ \leq 0 \hat{\cdot} &= \leq 0 \\ \top \hat{\cdot} &= \top \end{aligned}$$

로 했다. 옳은가?

7. 위의 요약공간에서, 안전한  $\hat{\text{mod}}$ 를 가장 정확하게 정의하면 아래와 같다:

$$\begin{aligned} \perp \hat{\text{mod}} \star &= \perp \\ \text{else } \star \hat{\text{mod}} \perp &= \perp \\ \text{else } \star \hat{\text{mod}} 0 &= > 0 \\ \text{else } 0 \hat{\text{mod}} \star &= 0 \\ \text{else } \star \hat{\text{mod}} \star &= \top \end{aligned}$$

옳은가?

8. 위의 언어에서  $e \bmod 0$ 가 임의의 양수를 뜻하지 않고, 프로그램의 실행을 멈추게 하는 의미를 가진다고 하자. 이 경우 이러한 식을 품은 모든 식들의 결과값은 “!”가 된다고 정의하자. 이 의미구조를 실행 문맥(evaluation context)를 이용해서 정확하게 표현하면 아래와 같다:

$$K ::= [] \mid K+- \mid K \bmod e \mid n \bmod K$$

$$\begin{aligned} n+- &\hookrightarrow n+1 & n+- &\hookrightarrow n-1 \\ (\text{if } m \neq 0) \quad n \bmod m &\hookrightarrow n \% m & n \bmod 0 &\hookrightarrow ! \end{aligned}$$

$$\frac{e \hookrightarrow e'}{K[e] \hookrightarrow K[e']}$$

옳은가?

9. 요약해석을 위해서 이제  $2^{\mathbb{Z} \cup \{!\}}$ 를 요약한 공간에서 의미를 정의해야 한다. 다음의 공간으로 요약한 것은 올바른가(갈로아 연결이 가능한가)?

$$\{\perp, 0, > 0, < 0, \top, !\}$$

여기서 요약함수  $\alpha$ 는

$$\begin{aligned} \alpha\emptyset &= \perp \\ \text{else } \alpha\{!\} &= ! \\ \text{else } \alpha V &= 0 \quad \text{if } \forall v \in V. v = 0 \text{ or } ! \\ \text{else } \alpha V &= < 0 \quad \text{if } \forall v \in V. v < 0 \text{ or } ! \\ \text{else } \alpha V &= > 0 \quad \text{if } \forall v \in V. v > 0 \text{ or } ! \\ \text{else } \alpha V &= \top \quad \text{otherwise} \end{aligned}$$

10. 이 때, 안전한  $\hat{\text{mod}}$ 를 가장 정확하게 정의하면 아래와 같다

$$\begin{aligned} \perp \hat{\text{mod}} \star &= \perp \\ \text{else } \star \hat{\text{mod}} \perp &= \perp \\ \text{else } ! \hat{\text{mod}} \star &= ! \\ \text{else } \star \hat{\text{mod}} ! &= ! \\ \text{else } \star \hat{\text{mod}} 0 &= ! \\ \text{else } 0 \hat{\text{mod}} \star &= 0 \\ \text{else } \star \hat{\text{mod}} \star &= \top \end{aligned}$$

옳은가?

11. 위의 문제에서 다음의 공간으로 요약한 것은 올바른가(갈로아 연결이 가능한가)?

$$\{\perp, 0, > 0, < 0, \top, !\}$$

요약함수  $\alpha$ 는

$$\begin{aligned} \alpha\emptyset &= \perp \\ \text{else } \alpha\{!\} &= ! \\ \text{else } \alpha\{0\} &= 0 \\ \text{else } \alpha V &= < 0 \quad \text{if } \forall v \in V. v < 0 \\ \text{else } \alpha V &= > 0 \quad \text{if } \forall v \in V. v > 0 \\ \text{else } \alpha V &= \top \quad \text{otherwise} \end{aligned}$$

12. 이 때, 안전한  $\hat{\text{mod}}$ 를 가장 정확하게 정의하면 아래와 같다

$$\begin{aligned} \perp \hat{\text{mod}} \star &= \perp \\ \text{else } \star \hat{\text{mod}} \perp &= \perp \\ \text{else } ! \hat{\text{mod}} \star &= ! \\ \text{else } \star \hat{\text{mod}} ! &= ! \\ \text{else } \star \hat{\text{mod}} 0 &= ! \\ \text{else } 0 \hat{\text{mod}} \star &= 0 \\ \text{else } \star \hat{\text{mod}} \star &= \top \end{aligned}$$

옳은가?