

Homework 6  
SNU 4541.664A, 2009 봄  
**Due: 4/23 24:00**

**Exercise 1** “의미방정식 풀기 `fixpoint`”

주어진 K 프로그램에서 도출된 의미방정식을 푸는 `fixpoint`를 구현하라. 함수 `fixpoint`는 숙제 5에서 만들어진 의미 방정식 도출기에서 나오는 방정식을 받아 그 해를 찾아준다. 즉, 의미 연립 방정식을 다음과 같이 표현하면

$$\vec{X} = \mathcal{F}(\vec{X})$$

`fixpoint`는 다음을 계산하게 된다:

$$\bigsqcup_{i \geq 0} \mathcal{F}^i(\perp).$$

방정식의 해가 돌아다니는 공간(아래 CPO타입의 모듈)의 정의에 따라서, 어떤 프로그램에 대해서는 그 의미방정식의 해를 유한시간내에 계산 못할 수도 있다.

아래의 모듈함수 `Analyzer`를 구현하면 된다.

- `Analyzer`는 분석 방정식 해의 핵심 공간(모듈 타입 CPO)을 인자로 받도록 구성되어 있다.
- `Analyzer`는 최소한 모듈 타입 `ANALYSIS`를 만족하도록 구현하면 된다.

```

module type ANALYZER =
sig
  (* K program part *)
  exception Error of string
  type id
  type label
  type cmd = label * stmt
  and stmt = SKIP
            | ASSIGN of id * exp          (* x := exp *)
            | ASSIGNSTAR of id * exp      (* *x := exp *)
            | SEQ of cmd * cmd           (* c;c *)
            | IF of exp * cmd * cmd      (* if e c c *)
            | WHILE of exp * cmd        (* while e c *)

  and exp = NUM of int
           | ADD of exp * exp          (* e+e *)
           | MINUS of exp              (* -e *)
           | VAR of id                 (* x *)
           | STAR of id                 (* *x *)
           | AMPER of id                (* &x *)
           | READ

  type program = cmd

  (* equation part *)
  type eqn_var
  type rhs = Var of eqn_var
           | Cup of rhs * rhs
           | Restrict of rhs * exp
           | Nrestrict of rhs * exp
           | Update of rhs * exp * exp * rhs
           | Bottom
           | Top

  type equation = eqn_var -> rhs
  val eqnPprint: equation -> unit

```

```

val semanticEqns: program -> equation

(* solution space part *)
type state
type solution = eqn_var -> state
val statePprint: state -> unit
val solnPprint: solution -> unit

(* equation interpretation part *)
val evalExp: state -> exp -> v
val evalRhs: solution -> rhs -> state

(* equation solver part *)
val fixpoint: equation -> solution

(* main part *)
val analyze: program -> solution
end

module type CPO =
sig
  type t = loc -> v          (* the state type, location to value *)
  and loc
  and v                      (* the value type = loc and z *)
  val order: t -> t -> bool (* the partial order *)
  val lub: t -> t -> t     (* least upper bound *)
  val bottom: t             (* the bottom element *)
  val top: t                (* the top element *)
  val update: t -> loc -> v -> t (* update operation, x[l |-> v] *)
  val add: v -> v -> v      (* v + v *)
  val neg: v -> v          (* -v *)
  val locOfV: v -> loc     (* extract the loc from a value *)
  val locToV: loc -> v     (* embed a loc to a value *)
  val intToV: int -> v     (* embed an int to a value *)
  val stringToLoc: string -> loc (* a new location from a string *)

```

```
    val locPprint: loc -> unit      (* pretty printer *)
    val vPprint: v -> unit          (* pretty printer *)
    val pprint: t -> unit           (* pretty printer *)
end

module Analyzer(D: CPO): ANALYZER with type state = D.t =
struct
  ...
end

□
```