

Homework 4
SNU 4190.310, 2010 가을
이 광근
Due: 10/20(수), 24:00

Exercise 1 (30pts) “SM5”

K--(교재 4.3) 프로그램들을 가상 기계(abstract machine)인 SM5에서 실행될 수 있도록 번역하는 번역기를 제작한다.

SM5는 가상의 기계이다. “SM”은 “Stack Machine”을 뜻하고, “5”는 그 기계의 부품이 5개이기 때문이다:

$$(S, M, E, C, K)$$

S 는 스택, M 은 메모리, E 는 환경, C 는 명령어, K 는 남은 할 일(“continuation”이라고 부름)을 뜻하고 다음 집합들의 원소이다:

$$\begin{aligned} S &\in \text{Stack} = \text{Svalue list} \\ M &\in \text{Memory} = \text{Loc} \rightarrow \text{Value} \\ E &\in \text{Environment} = (\text{Var} \times (\text{Loc} + \text{Proc})) \text{ list} \\ C &\in \text{Command} = \text{Cmd list} \\ K &\in \text{Continuation} = (\text{Command} \times \text{Environment}) \text{ list} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v &\in \text{Value} = \text{Integer} + \text{Bool} + \{\cdot\} + \text{Record} + \text{Loc} \\
x &\in \text{Var} \\
\langle a, o \rangle, l &\in \text{Loc} = \text{Base} \times \text{Offset} \\
&\text{Offset} = \text{Integer} \\
z &\in \text{Integer} \\
b &\in \text{Bool} \\
r &\in \text{Record} = (\text{Var} \times \text{Loc}) \text{ list} \\
w &\in \text{Svalue} = \text{Value} + \text{Proc} + (\text{Var} \times \text{Loc}) \quad (* \text{ stackable values } *) \\
p &\in \text{Proc} = \text{Var} \times \text{Command} \times \text{Environment} \\
&\text{Cmd} = \{\text{push } v, \text{push } x, \text{push}(x, C), \\
&\quad \text{pop}, \text{store}, \text{load}, \text{jtr}(C, C), \\
&\quad \text{malloc}, \text{box } z, \text{unbox } x, \text{bind } x, \text{unbind}, \text{get}, \text{put}, \text{call}, \\
&\quad \text{add}, \text{sub}, \text{mul}, \text{div}, \text{eq}, \text{less}, \text{not}\}
\end{aligned}$$

기계의 작동은 다음과 같이 기계의 상태가 변화하는 과정으로 정의할 수 있다:

$$(S, M, E, C, K) \Rightarrow (S', M', E', C', K')$$

언제 어떻게 위의 기계작동의 한 스텝(\Rightarrow)이 일어나는 지는 다음과 같다:

$$\begin{aligned}
&(S, \quad \quad \quad M, \quad E, \quad \text{push } v :: C, \quad K) \\
\Rightarrow &(v :: S, \quad \quad \quad M, \quad E, \quad \quad \quad C, \quad K) \\
&(S, \quad \quad \quad M, \quad E, \quad \text{push } x :: C, \quad K) \\
\Rightarrow &(w :: S, \quad \quad \quad M, \quad E, \quad \quad \quad C, \quad K) \quad \text{if } (x, w) \text{ is the first such entry in } E \\
&(S, \quad \quad \quad M, \quad E, \quad \text{push}(x, C') :: C, \quad K) \\
\Rightarrow &((x, C', E) :: S, \quad \quad \quad M, \quad E, \quad \quad \quad C, \quad K) \\
&(w :: S, \quad \quad \quad M, \quad E, \quad \text{pop} :: C, \quad K) \\
\Rightarrow &(S, \quad \quad \quad M, \quad E, \quad \quad \quad C, \quad K) \\
&(l :: v :: S, \quad \quad \quad M, \quad E, \quad \text{store} :: C, \quad K) \\
\Rightarrow &(S, \quad \quad \quad M\{l \mapsto v\}, \quad E, \quad \quad \quad C, \quad K) \\
&(l :: S, \quad \quad \quad M, \quad E, \quad \text{load} :: C, \quad K) \\
\Rightarrow &(M(l) :: S, \quad \quad \quad M, \quad E, \quad \quad \quad C, \quad K)
\end{aligned}$$

\Rightarrow	$(true :: S,$	$M,$	$E,$	$\mathbf{jtr}(C_1, C_2) :: C, K)$	
	$(S,$	$M,$	$E,$	$C_1 :: C, K)$	
\Rightarrow	$(false :: S,$	$M,$	$E,$	$\mathbf{jtr}(C_1, C_2) :: C, K)$	
	$(S,$	$M,$	$E,$	$C_2 :: C, K)$	
\Rightarrow	$(S,$	$M,$	$E,$	$\mathbf{malloc} :: C, K)$	
	$(\langle a, 0 \rangle :: S,$	$M,$	$E,$	$C, K)$	$\text{new } a$
\Rightarrow	$(w_1 :: \dots :: w_z :: S,$	$M,$	$E,$	$\mathbf{box } z :: C, K)$	
	$([w_1, \dots, w_z] :: S,$	$M,$	$E,$	$C, K)$	
\Rightarrow	$([w_1, \dots, w_z] :: S,$	$M,$	$E,$	$\mathbf{unbox } x :: C, K)$	
	$(v :: S,$	$M,$	$E,$	$C, K)$	$w_k = (x, v), 1 \leq k \leq z$
\Rightarrow	$(w :: S,$	$M,$	$E,$	$\mathbf{bind } x :: C, K)$	
	$(S,$	$M,$	$(x, w) :: E,$	$C, K)$	
\Rightarrow	$(S,$	$M,$	$(x, w) :: E,$	$\mathbf{unbind} :: C, K)$	
	$((x, w) :: S,$	$M,$	$E,$	$C, K)$	
\Rightarrow	$(l :: v :: (x, C', E') :: S,$	$M,$	$E,$	$\mathbf{call} :: C, K)$	
	$(S,$	$M\{l \mapsto v\},$	$(x, l) :: E',$	$C', (C, E) :: K)$	
\Rightarrow	$(S,$	$M,$	$E,$	$\mathbf{empty}, (C, E') :: K)$	
	$(S,$	$M,$	$E',$	$C, K)$	
\Rightarrow	$(S,$	$M,$	$E,$	$\mathbf{get} :: C, K)$	
	$(z :: S,$	$M,$	$E,$	$C, K)$	$\text{read } z \text{ from outside}$
\Rightarrow	$(z :: S,$	$M,$	$E,$	$\mathbf{put} :: C, K)$	
	$(S,$	$M,$	$E,$	$C, K)$	$\text{print } z \text{ and newline}$

$$\begin{aligned}
& (v_2 :: v_1 :: S, \quad M, \quad E, \quad \text{add} :: C, \quad K) \\
\Rightarrow & (\text{plus}(v_1, v_2) :: S, \quad M, \quad E, \quad C, \quad K) \\
& (v_2 :: v_1 :: S, \quad M, \quad E, \quad \text{sub} :: C, \quad K) \\
\Rightarrow & (\text{minus}(v_1, v_2) :: S, \quad M, \quad E, \quad C, \quad K) \\
& (z_2 :: z_1 :: S, \quad M, \quad E, \quad \text{mul} :: C, \quad K) \\
\Rightarrow & ((z_1 * z_2) :: S, \quad M, \quad E, \quad C, \quad K) \quad \text{similar for div} \\
& (v_2 :: v_1 :: S, \quad M, \quad E, \quad \text{eq} :: C, \quad K) \\
\Rightarrow & (\text{equal}(v_1, v_2) :: S, \quad M, \quad E, \quad C, \quad K) \\
& (v_2 :: v_1 :: S, \quad M, \quad E, \quad \text{less} :: C, \quad K) \\
\Rightarrow & (\text{less}(v_1, v_2) :: S, \quad M, \quad E, \quad C, \quad K) \\
& (b :: S, \quad M, \quad E, \quad \text{not} :: C, \quad K) \\
\Rightarrow & (\neg b :: S, \quad M, \quad E, \quad C, \quad K)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{less}(z_1, z_2) &= z_1 < z_2 \\
\text{plus}(z_1, z_2) &= z_1 + z_2 \\
\text{plus}(\langle a, z_1 \rangle, z_2) &= \langle a, z_1 + z_2 \rangle \quad \text{if } z_1 + z_2 \geq 0 \\
\text{plus}(z_1, \langle a, z_2 \rangle) &= \langle a, z_1 + z_2 \rangle \quad \text{if } z_1 + z_2 \geq 0 \\
\text{minus}(z_1, z_2) &= z_1 - z_2 \\
\text{minus}(\langle a, z_1 \rangle, z_2) &= \langle a, z_1 - z_2 \rangle \quad \text{if } z_1 - z_2 \geq 0 \\
\text{equal}(z_1, z_2) &= z_1 = z_2 \\
\text{equal}(b_1, b_2) &= b_1 = b_2 \\
\text{equal}(\cdot, \cdot) &= \text{true} \\
\text{equal}(r_1, r_2) &= (\forall \langle x, l \rangle \in r_1 : \langle x, l \rangle \in r_2) \wedge (\forall \langle x, l \rangle \in r_2 : \langle x, l \rangle \in r_1) \\
\text{equal}(\langle a_1, z_1 \rangle, \langle a_2, z_2 \rangle) &= a_1 = a_2 \wedge z_1 = z_2 \\
\text{equal}(-, -) &= \text{false}
\end{aligned}$$

SM5의 프로그램 C 를 실행한다는 것은, C 만 가지고 있는 빈 기계상태를 위에서 정의한 방식으로 변환해 간다는 뜻이다:

$$(\text{empty}, \text{empty}, \text{empty}, C, \text{empty}) \Rightarrow \dots \Rightarrow \dots$$

예를들어,

```
push 1 :: push 2 :: add :: put :: empty
```

는 K-- 프로그램 `write 1+2`과 같은 일을 하게 된다.

여러분이 할 것은, 잘 돌아가는 K-- 프로그램을 입력으로 받아서 같은 일을 하는 SM5 프로그램으로 변환하는 함수

```
trans: K.program -> Sm5.command
```

를 작성하는 것이다.

`trans`가 제대로 정의되었는지는, K-- 프로그램 E 에 대해서, $K.run(E)$ 와 $Sm5.run(trans(E))$ 을 실행해서 확인할 수 있을 것이다.

모듈 `Sm5`, 모듈 `K`, 그리고 K--의 파서는 제공된다(TA 페이지 참고). □

Exercise 2 (30pts) “SM5 Limited = SM5 + 메모리 재활용”

SM5 메모리에서는 무한히 많은 새로운 주소가 샘솟을 수 없다.

이제, SM5의 메모리는 $8K(2^{13})$ 개의 주소만 있다고 하자. 위의 문제에서 주어진 모듈 `Sm5`를 뜯어 고쳐서, `malloc`할 것이 더이상 없을 때 메모리를 재활용하는 함수 `gc`를 장착하라. 즉,

$$(S, M, E, malloc :: C, K) \Rightarrow (l :: S, M, E, C, K) \text{ new } l$$

이 아래와 같이 변경될 것이다:

$$\begin{aligned} (S, M, E, malloc :: C, K) &\Rightarrow (l :: S, M, E, C, K) \quad \text{new } l, \text{ if } |\text{dom}M| < 2^{13} \\ (S, M, E, malloc :: C, K) &\Rightarrow (l :: S, gc(\dots), E, C, K) \quad \text{recycled } l, \text{ if } |\text{dom}M| = 2^{13} \end{aligned}$$

재활용함수 `gc`는 실제 구현보다 훨씬 간단하다. 현재 메모리에서 미래에 사용할 수 있는 부분만을 모으면 될 것이다. 그러한 부분들은 현재 기계 상태의 두 개의 부품(□와 □)에서 부터 도달 가능한 모든 메모리 주소들이 될 것이다. □